

§3. 곱셈공식

다항식의 곱셈을 하는 데, 앞 절의 공식이 기초가 된다. 그런데 특수한 모양의 곱셈은 따로 공식을 만들어서, 그것을 활용하면 계산이 편하다. 여기서 이러한 곱셈공식과 활용법을 연구하자.

곱셈공식 1

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(합의 제곱)

곱셈공식 2

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

(차의 제곱)

풀이 [1] $(a+b)^2$

$$= (a+b)(a+b)$$

$$= a^2 + ab + ab + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

[2]

$$\begin{array}{r} a + b \\ \times) a + b \\ \hline a^2 + ab \\ \quad ab + b^2 \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

풀이 [1] $(a-b)^2$

$$= (a-b)(a-b)$$

$$= a^2 - ab - ab + b^2$$

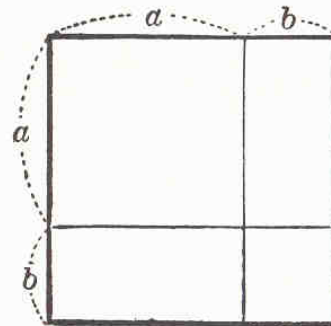
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

[2]

$$\begin{array}{r} a - b \\ \times) a - b \\ \hline a^2 - ab \\ \quad -ab + b^2 \\ \hline a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

【주의】 $(a+b)^2$ 을 a^2+b^2 , $(a-b)^2$ 을 a^2-b^2 으로 하지 않도록 주의를 해야 한다.

물음 1. 오른쪽 그림을 보고 면적 관계를 이용하여, 합의 제곱공식이 성립함을 증명하여라.



BINOMIAL EXPANSIONS

$$(x + y)^0 =$$

1

$$(x + y)^1 =$$

$x + y$

$$(x + y)^2 =$$

$x^2 + \mathbf{2}xy + y^2$

$$(x + y)^3 =$$

$x^3 + \mathbf{3}x^2y + \mathbf{3}xy^2 + y^3$

$$(x + y)^4 =$$

$x^4 + \mathbf{4}x^3y + \mathbf{6}x^2y^2 + \mathbf{4}xy^3 + y^4$

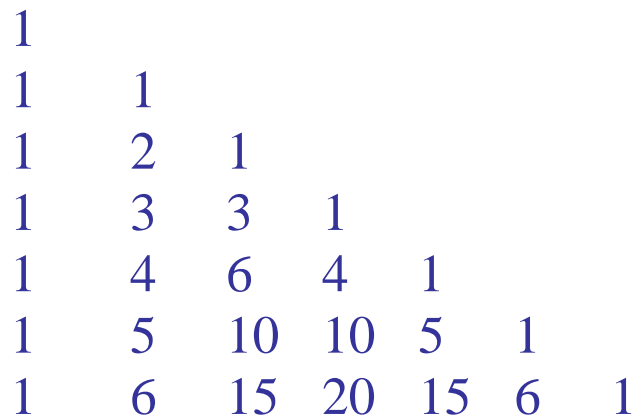
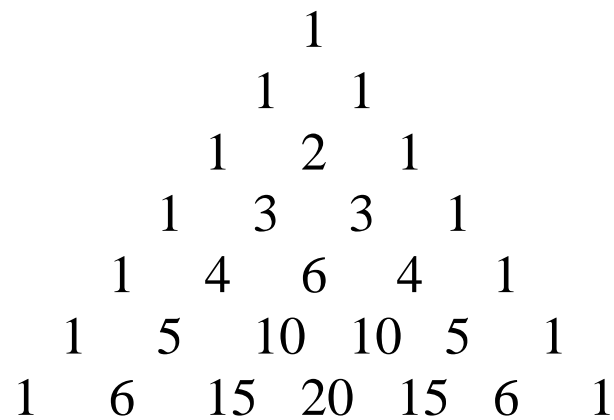
$$(x + y)^5 =$$

$x^5 + \mathbf{5}x^4y + \mathbf{10}x^3y^2 + \mathbf{10}x^2y^3 + \mathbf{5}xy^4 + y^5$

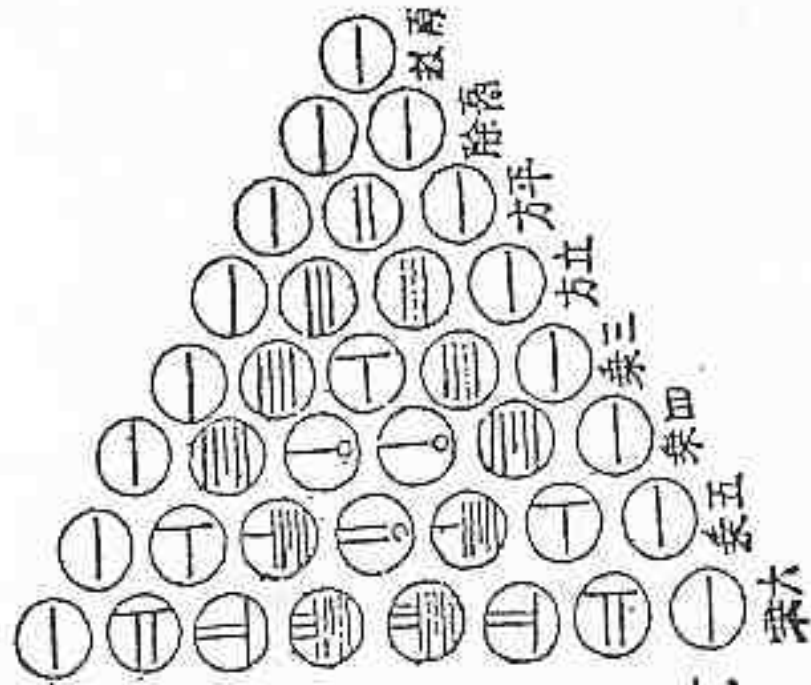
$$(x + y)^6 =$$

$x^6 + \mathbf{6}x^5y + \mathbf{15}x^4y^2 + \mathbf{20}x^3y^3 + \mathbf{15}x^2y^4 + \mathbf{6}xy^5 + y^6$

The Connection Between Pascal's Triangle and the Fibonacci Sequence



Pascal's Triangle in Japan 1781



平方式の算本は高除の
 二合て二とる互方
 或は平方 三合
 とる三乗式は互方乃
 三合とる
 是は乗式の通例あり
 上の各次積より分る
 それらの積乗式乃
 算本ありとる